

第7回 仮説検定(2)

2007年10月23日

2007/10/23

前回の復習

➤ 仮説検定

- 帰無仮説と対立仮説
 - 本来に示したい仮説: 対立仮説, H_1
 - 対立仮説を言うために反証する仮説: 帰無仮説, H_0
- 2種類の誤り
 - 第1種の誤り
 - 帰無仮説が正しいのに棄却してしまう
 - 第2種の誤り
 - 対立仮説が正しいのに帰無仮説を棄却できない

2007/10/23

前回の復習

- 紙ヘリコプターの例
 - 従来の設計の紙ヘリコプター
 - 母平均: 1.90
 - 母標準偏差: 0.20
 - 新しい設計の紙ヘリコプター
 - 10回の標本平均: 2.002
 - このデータから、新しい設計の紙ヘリコプターは従来の設計の紙ヘリコプターより平均が大きいかを検定した
 - 帰無仮説(平均が1.90)を棄却できず

2007/10/23

平均の区間推定

- 新しい設計の紙ヘリコプターの母平均は1.90より大きいとは言えない
 - 実は、標準正規分布の上側確率が0.05より小さいかで判断した
- 母平均の値はいくつ以上になる?
 - 「2.002である」といった単一の値ではなく、母平均が含まれると期待される区間を推定する
 - 区間推定

2007/10/23

平均の区間推定

- 上側確率がちょうど0.05になるような値
 - $\text{NORMSINV}(1-0.05) = 1.645$
 - 片側5%点
 - 推定で検討した従来の母平均(1.90)は、帰無仮説が棄却できていないので、1.645以下
- この場合、確率 $1-0.05=95\%$ (信頼度) で新しい設計の母平均 $\geq$ 標本平均 $- 1.645 \times$ 標準誤差となる。
 - 右辺の値: 片側信頼区間
 - 標準誤差 = 従来の標準偏差 / 標本の大きさの平方根

2007/10/23

平均の区間推定

- つまり信頼度95%で新しい設計の母平均 ≥ 1.898 であると言える。
- 仮説検定で検討した従来の母平均1.90はこの範囲に含まれている

2007/10/23

平均の信頼区間

- 両側信頼区間というのも当然ある
- 両側確率がちょうど0.05となるのは
 - $\text{NORMSINV}(1-0.05/2)=1.960$
 - 標本平均-1.960×標準誤差 ≤ 新しい母平均 ≤ 標本平均+1.960×標準誤差
 - 信頼度95%で1.878 ≤ 新しい母平均 ≤ 2.126

2007/10/23

信頼度の意味

- 信頼度が95%
 - この範囲に母平均が入っている確率が95%ということではない!!!
 - 100回実験して標本平均を求め、そこから信頼区間を求めたときに、そのうち95回は母平均が含まれているということ!!!
 - 文献によっては間違っていることがあるので注意

2007/10/23

信頼度と信頼区間

- 信頼度95%で1.878 ≤ 新しい母平均 ≤ 2.126
 - 両側信頼区間の場合
- 95%ではなく、(より信頼度の高い)99%で求めることもできる
 - $\text{NORMSINV}(1-(1-0.99)/2)$
 - 1.839 ≤ 新しい母平均 ≤ 2.165
 - 信頼度を大きくすると信頼区間も広がる

2007/10/23

仮説検定と区間推定の関係

- 母平均が1.90であるという帰無仮説を棄却できず
- 片側信頼区間に1.90が含まれている
 - 密接に関連
- 区間推定
 - 母平均が1.90であるという帰無仮説が棄却されないような母平均の範囲を表している
 - 仮説検定で帰無仮説が
 - 棄却できるとき: 信頼区間にその値が含まれない
 - 棄却できないとき: 信頼区間にその値が含まれる
 - 片側信頼区間が片側検定に、両側信頼区間が両側検定に対応

2007/10/23

母平均の検定(t検定)

- Z検定は
 - 従来の設計の紙ヘリコプター
 - 母平均: 1.90
 - 母標準偏差: 0.20
 - がわかっている状況で使えた
- t検定は
 - 従来の設計の紙ヘリコプターの母標準偏差が未知の時に使う

2007/10/23

母平均の検定(t検定)

- 仮説はZ検定の時と一緒
 - 帰無仮説 平均は1.90である
 - 対立仮説 平均は1.90よりも大きい
- 標準誤差 = 従来の標準偏差 / 標本の大きさの平方根
- $t\text{値} = (\text{標本平均} - \text{従来の母平均}) / \text{標準誤差}$
- このt値と、自由度が(標本の大きさ-1)のt分布の値と比較する
 - t分布の片側確率
 - $\text{TDIST}(t\text{値}, \text{自由度}, 1)$

2007/10/23

母平均の検定(t検定)

- t 値=1.434, 上側確率(P値)=0.093
- 有意水準を5%とすると
 - P 値>有意水準
 - 帰無仮説は棄却できない
 - 新しい設計の紙ヘリコプターの母平均は従来より長いとは言えない

2007/10/23

母平均の検定(t検定)

- ちなみに両側確率は
 - $\text{TDIST}(t\text{値}, \text{自由度}, 2)$ で求まる
- t 値が負になることがある
 - その場合は, ABS 関数で t 値の絶対値を計算すればよい
 - $\text{TDIST}(\text{ABS}(t\text{値}), \text{自由度}, 1)$

2007/10/23

母平均の区間推定

- t 分布の片側5%点
 - $\text{TINV}(2*(1-0.95), \text{自由度})$
 - 自由度9の場合
 - 片側5%点は1.833
- 確率95%で
 - $(\text{標本平均}-\text{新しい母平均})/\text{標準誤差} \leq 1.833$
 - $\text{新しい母平均} \geq \text{標本平均}-1.833 \times \text{標準誤差}$
- つまり信頼度95%で
 - $\text{新しい母平均} \geq 1.872$

2007/10/23

母平均の区間推定

- 両側5%なら
 - $\text{TINV}(1-0.95, \text{自由度}) = \text{片側}2.5\%$
 - 自由度9の場合
 - 両側5%点は2.262
- 確率95%で
 - $-2.262 \leq (\text{標本平均}-\text{新しい母平均})/\text{標準誤差} \leq 2.262$
 - $\text{標本平均}-2.262 \times \text{標準誤差} \leq \text{新しい母平均} \leq \text{標本平均}+2.262 \times \text{標準誤差}$
- つまり信頼度95%で
 - $1.841 \leq \text{新しい母平均} \leq 2.163$

2007/10/23

母標準偏差が既知かどうかで

- 母標準偏差が既知の場合の信頼区間
 - $\text{新しい母平均} \geq 1.898$
 - $1.878 \leq \text{新しい母平均} \leq 2.126$
- 母標準偏差が未知の場合の信頼区間
 - $\text{新しい母平均} \geq 1.841$
 - $1.841 \leq \text{新しい母平均} \leq 2.163$
- 母標準偏差が未知(確かでない)分, 信頼区間を広めに推測している

2007/10/23