第14回 仮説検定(8)

2007年12月11日

母比率の推測・検定

- 実験の成功率を知りたい
  - 実験をするときに失敗することもある
  - 実験回数を増やせばよいが現実的ではない
- アンケート調査
  - 内閣支持率や視聴率など
    - 標本調査をして，母集団の比率を求めている
- 標本比率から母比率の推定方法を勉強する
  - データ: http://www.ae.keio.ac.jp/~satoru_y/shouei/14.xls

標本比率から母比率を推定

- 50回の実験で45回成功
  - 成功率（標本比率）p=45/50=0.9
  - 母比率の区間推定を行う
- 実験回数が多い場合
  - 母集団の比率をPとすると
  - 平均=P，分散=P(1-P)/nになることが分かっている
  - pで代用した値を用いて区間推定をする
    - つまり母比率の分散の推定値はp(1-p)/n

比率の区間推定

- 求めたい比率π
- 危険率α（有意水準）
- p-z(α/2)×SQRT(p(1-p)/n)<P<p+z(α/2)×SQRT(p(1-p)/n)
  - z(α/2)は正規分布のα/2パーセント点
    - NORMSINV(α/2)
  - ただし，z(α/2)×SQRT(p(1-p)/n)の部分はCONFIDENCE(有意水準, SQRT(p(1-p)),実験回数n)で計算できる

比率の区間推定

- 母比率の区間推定は
  - 下限：0.9-CONFIDENCE(0.05,0.3,50)=0.817
  - 上限：0.9+CONFIDENCE(0.05,0.3,50)=0.983

推定に必要なデータの大きさ

- 区間の幅(CONFIDENCEの2倍)
  - 狭いと推測の精度が悪くなる
  - 広いと推測の幅が広がり意味がなくなる
  - どのくらいのデータの大きさがちょうど良い？
    - |標本比率-母比率|≦CONFIDENCEを考える
    - 等号の時，|標本比率-母比率|は最大になるので，
    - CONFIDENCE=幅/2=z(α/2)SQRT(p(1-p)/n)
    - pは変化するが，p(1-p)≦0.25であるので，
    - n≦(z(α/2)/幅)^2

      信頼度95%で|標本比率-母比率|を5%で抑えたい場合約1540回

      信頼度99%で|標本比率-母比率|を1%で抑えたい場合約66,350回

母比率の検定

- 帰無仮説：母集団の比率はp_0である
- 対立仮説：母集団の比率はp_0でない
  - 両側検定
  - 対立仮説をp_0より大きいや小さいにすれば片側
- 標本比率
  - 平均p_0
  - 標準偏差SQRT(P(1-P)/n)

  に従う

母比率の検定

- 検定統計量（検定するための値）
  - $Z=(p-p_0)/\mathrm{SQRT}(p_0\,(1-p_0)/n)$
- （例）実験の成功率が95%であるとして検定
  - 帰無仮説では$p_0=0.95$を考える
  - 標本比率p=0.9，標本の大きさn=50，有意水準α=0.05
  - $Z_0=(0.9-0.95)/\mathrm{SQRT}(0.95\times(1-0.95)/50)$ $=-1.62$
  - 有意水準0.05の両側検定
    - 検定の臨界値は±1.96
  - 帰無仮説は棄却されない

比率の比較

- 比率の比較の例
  - 2種類の実験での成功・失敗の数
  - 性別間の比較
  - カードでの購買の有無
  - など
- 標本での比率の比較ではなく母集団での比較をしたい
  - 2群の母比率の比較の検定

比率の比較

- 2つの実験のデータ
  - 実験回数はともに200回
    - $n_1=n_2=200$
  - 標本から得られる成功率
    - 1つ目：$p_1=0.98$
    - 2つ目：$p_2=0.86$
  - 母比率はP_1，P_2と表記

比率の比較

- 帰無仮説：$P_1=P_2$ つまり $P_1-P_2=0$
- 対立仮説：$P_1\neq P_2$ つまり $P_1-P_2\neq 0$
  - 両側検定
  - 対立仮説を$P_1>P_2$ や $P_1<P_2$として片側検定でもよい
    - $p^*=(n_1\times p_1+n_2\times p_2)/(n_1+n_2)$

    $=(200\times 0.98+200\times 0.86)/(200+200)=0.92$
    - $z_0=(p_1-p_2)/\mathrm{SQRT}(p^*(1-p^*)\times(1/n_1+1/n_2))$

    $=(0.98-0.86)/\mathrm{SQRT}(0.92\times(1-0.92)\times(1/200+1/200))$

    $=4.423$
  - 有意水準0.05の両側検定
    - 検定の臨界値は±1.96
  - $1.96<z_0$ より帰無仮説は棄却
  - つまり比率に差がある

CONFIDENCE関数について（補足・訂正）

- CONFIDENCE関数は本来Z検定の時に使う
  - CONFIDENCE(有意水準，標準偏差，標本の大きさ)
- ちょっと分布のお話
  - Z検定の場合，データが正規分布$N(\mu,\sigma^2)$に従っているとすると，データの平均は$N(\mu,\sigma^2/n)$に従っている
  - 信頼区間の幅/2=$z(\alpha/2)\times\sigma/\mathrm{SQRT}(n)$

    =CONFIDENCE（α, σ, n)
  - 比率の場合，データが二項分布B(n,P) に従っているので，不良率の平均と分散はPとP(1-P)/n
  - 信頼区間の幅/2=$z(\alpha/2)\times\mathrm{SQRT}(P(1-P)/n)$

    =CONFIDENCE(α, SQRT(P(1-P)), n)
    ≠CONFIDENCE(α, SQRT(P(1-P)/n), n)